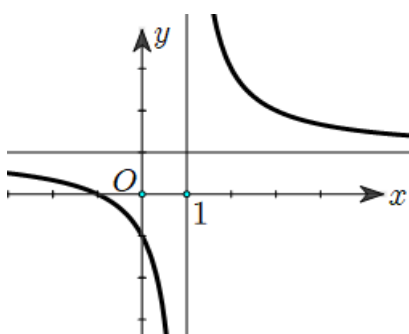


I. PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -1$, $u_2 = 4$. Giá trị của u_3 bằng

- A. 9. B. -16. C. 7. D. -8.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào đúng?

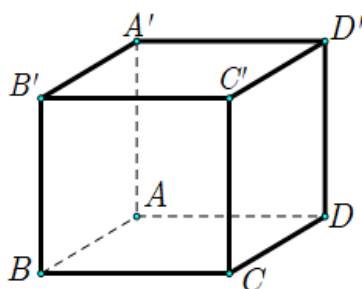


- A. $y' > 0, \forall x \neq 1$. B. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. C. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. D. $y' < 0, \forall x \neq 1$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + z = 0$. Mặt phẳng (Q) qua M và song song với (P) có phương trình là

- A. $x + 2y + z + 4 = 0$. B. $x + 2y + z - 1 = 0$.
C. $x + 2y - z - 6 = 0$. D. $x + 2y + z - 4 = 0$.

Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh 2 (tham khảo hình vẽ dưới). Độ dài vector $\vec{u} = \vec{A'C'} - \vec{A'A}$ bằng



- A. $2\sqrt{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{6}$. D. $2\sqrt{3}$.

Câu 5: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{0,5}(2x+6) \geq -5$

- A. 16. B. 13. C. 15. D. 8.

Câu 6: Biết $\int f(x)dx = \cos x + C$ thì $\int f'(x)dx$ bằng

A. $\sin x + C'$.

B. $\cos x + C'$.

C. $-\sin x + C'$.

D. $-\cos x + C$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $(-\infty; 0) \setminus \{-2\}$ và có bảng biến thiên bên dưới. Đồ thị hàm số đã cho có tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng là

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$		+	-	+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	1	0

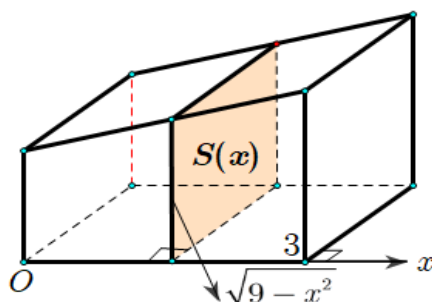
A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 2.

Câu 8: Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x ($0 \leq x \leq 3$), ta được mặt cắt là một hình vuông có cạnh là $\sqrt{9-x^2}$ (được mô hình hóa bởi hình vẽ bên dưới). Thể tích của vật thể đó bằng



A. 171π .

B. 171.

C. 18π .

D. 18.

Câu 9: Một người gửi tiết kiệm 10 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7%/một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Sau 5 năm mới rút lãi thì người đó thu được số tiền lãi là

A. 14,026 triệu đồng.

B. 50,7 triệu đồng.

C. 4,026 triệu đồng.

D. 3,5 triệu đồng.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;2)$ và $B(4;5;6)$. Gọi α là góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (Oxy) . Giá trị của $\cos \alpha$ bằng

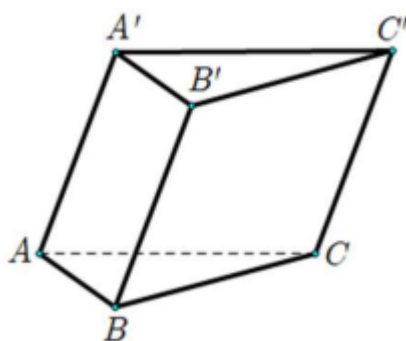
A. $\frac{4\sqrt{29}}{29}$.

B. $\frac{16}{29}$.

C. $\frac{\sqrt{377}}{29}$.

D. $\frac{13}{29}$.

Câu 11: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Biết diện tích mặt bên $ABB'A'$ bằng 15, khoảng cách từ C đến $(ABB'A')$ bằng 6 (tham khảo hình vẽ bên cạnh). Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng bao nhiêu?



A. 60.

B. 45.

C. 90.

D. 30.

Câu 12: Theo thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh đã trúng tuyển vào lớp 10 năm học 2024 – 2025 của Trường TH – THCS – THPT Lê Thánh Tông được kết quả như bảng sau:

Khoảng điểm	$[6, 5; 7)$	$[7; 7, 5)$	$[7, 5; 8)$	$[8; 8, 5)$	$[8, 5; 9)$	$[9; 9, 5)$	$[9, 5; 10)$
Tần số	7	10	17	24	13	8	5

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. $\Delta Q = 1,1$.

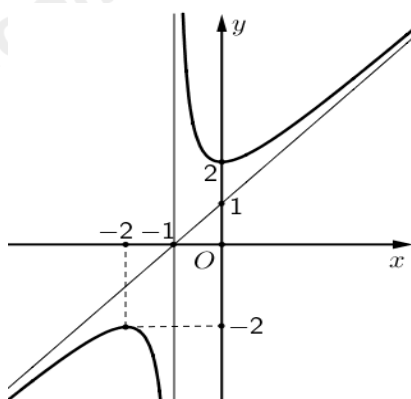
B. $\Delta Q = 1$.

C. $\Delta Q = 1,2$.

D. $\Delta Q = 0,6$.

II PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có đồ thị như hình vẽ sau:



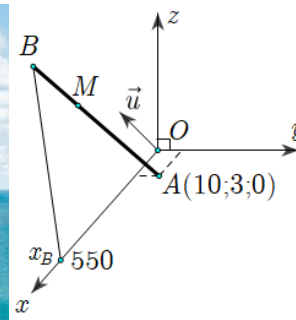
a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$

b) Đồ thị của hàm số đã cho có tiệm cận xiên $y = x + 1$

c) Gọi A, B là hai điểm cực trị của hàm số đã cho, diện tích tam giác OAB bằng 8 (với O là gốc tọa độ)

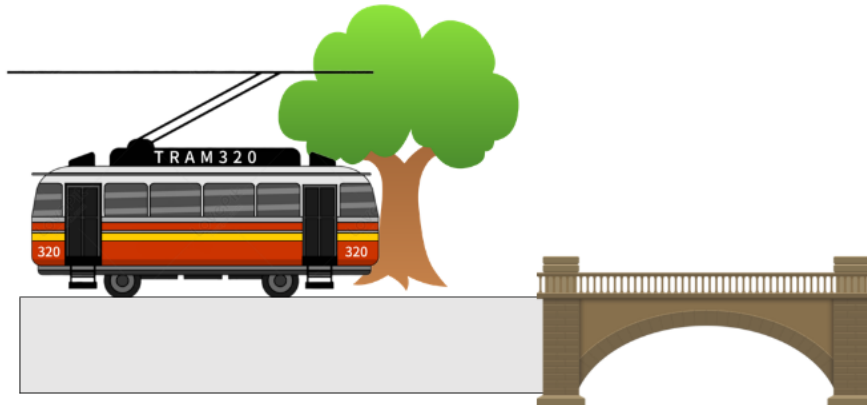
d) Một trục đối xứng của đồ thị đã cho là $d: y = (x + 1) \tan \frac{3\pi}{8}$.

Câu 2: Một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10; 3; 0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -2; 1)$ với tốc độ là $4,5(m/s)$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét) được mô hình hóa như các hình vẽ sau:



- a) Phương trình chính tắc của đường cáp là $\frac{x-10}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{1}$
- b) Giả sử sau t giây kể từ lúc xuất phát ($t \geq 0$), cabin đến vị trí điểm M . Khi đó tọa độ của điểm M là $\left(3t+10; -3t+3; \frac{3t}{2}\right)$
- c) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$. Quãng đường AB có độ dài bằng $810(m)$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét)
- d) Đường cáp AB tạo với mặt (Oxy) một góc 22° (làm tròn đến hàng đơn vị của độ)

Câu 3: Một đoàn tàu đứng yên trong sân ga, ngay trước đầu tàu có một cái cây. Đoàn tàu khởi hành từ trạng thái đứng yên với gia tốc $a = 0,005t \text{ (m/s}^2\text{)}$ và đi qua cái cây trong thời gian 60 giây. Sau 80 giây đoàn tàu chuyển sang trạng thái chuyển động đều.



- a) Vận tốc của đoàn tàu là $v = 5.10^{-3}t^2 \text{ (m/s)}$
- b) Chiều dài của đoàn tàu là $l = 180(m)$
- c) Sau 80 giây, đoàn tàu chuyển động với tốc độ $57,6(km/h)$
- d) Sau khi chuyển động đều một thời gian, đoàn tàu gặp một cây cầu có chiều dài $480(m)$. Khi đó đoàn tàu đi qua cây cầu đó trong thời gian 30 giây.

Câu 4: Xác suất để công ty X thuê một trong hai công ty vệ tinh A và B tư vấn lần lượt là 0,4 và 0,6. Theo kinh nghiệm khả năng X phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn của công ty A và B lần lượt là 0,05 và 0,03

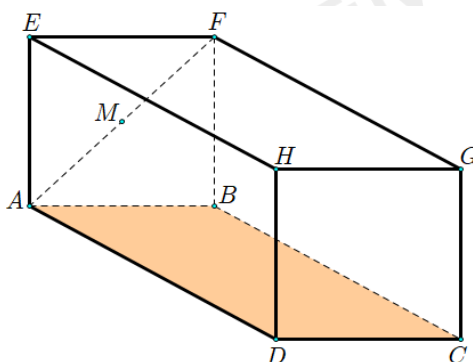
- a) Xác suất để X có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn là 0,038
- b) Biết X có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để X thuê công ty A tư vấn là 0,4737

- c) Biết X có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để X thuê công ty B tư vấn là 0,5263
- d) Biết X không phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để X thuê công ty A tư vấn là 0,395

III PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Trong một cuộc thi về “bữa ăn dinh dưỡng”, ban tổ chức yêu cầu để đảm bảo lượng dinh dưỡng hằng ngày thì mỗi gia đình có 4 thành viên cần ít nhất 900 đơn vị prôtêin và 400 đơn vị lipit trong thức ăn hằng ngày. Mỗi kg thịt bò chứa 800 đơn vị prôtêin và 200 đơn vị lipit, 1 (kg) thịt heo chứa 600 đơn vị prôtêin và 400 đơn vị lipit. Biết rằng người nội trợ chỉ được chi tối đa 200 ngàn đồng để mua thịt. Biết rằng 1 (kg) thịt bò giá 200 ngàn đồng, 1 (kg) thịt heo giá 100 ngàn đồng. Người nội trợ nên mua x (kg) thịt bò và y (kg) thịt heo để phí thấp nhất cho khẩu phần thức ăn mà vẫn đảm bảo chất dinh dưỡng, khi đó hãy tìm $x + 2y$.

Câu 2: Một bể cá đầy nước có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ với $AB = 6$ (dm), $AD = 8$ (dm) và cạnh bên bằng 10 (dm). Một chú cá con bơi theo những đoạn thẳng từ điểm G đến chạm mặt đáy của hồ, rồi từ điểm đó bơi đến vị trí điểm M là trung điểm của AF được mô hình hóa như hình vẽ sau:



Để đường đi ngắn nhất thì chú cá bơi đến điểm dưới đáy hồ cách BA và BC những đoạn bằng a và b . Khi đó tổng $D = 3a + 6b$ bao nhiêu?

Câu 3: Đường đi của một khinh khí cầu được gắn trong hệ trục tọa độ là một đường cong bậc hai trên bậc nhất có đồ thị cắt trục hoành tại hai điểm có tọa độ là $(1;0)$ và $(8;0)$ với đơn vị trên hệ trục tọa độ là 1 (km). Biết rằng điểm cực đại của đồ thị hàm số là điểm $(6;5)$. Hỏi khi khinh khí cầu đi qua điểm cực đại và cách mặt đất 3875 (m) thì khinh khí cầu cách gốc tọa độ theo phương ngang bao nhiêu? (đơn vị: km).



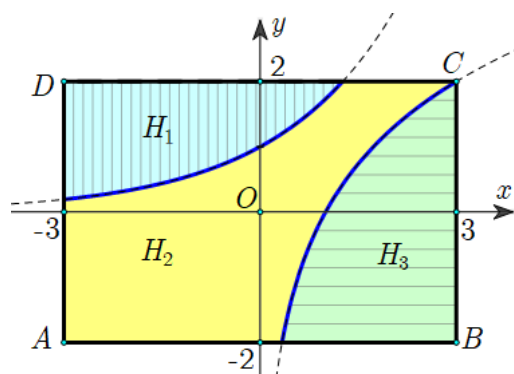
Câu 4: Hệ thống lọc nước bể bơi vô cùng quan trọng khi tiến hành xây dựng công trình bơi lội để nguồn nước được làm sạch thường xuyên và giữ vệ sinh cho người bơi. Trong quá trình vận hành lọc nước thì lượng nước trong bể sẽ thay đổi theo thời gian. Lượng nước trong bể giảm nếu hệ thống đang xả nước bản ra khỏi bể và tăng nếu hệ thống đang cấp thêm nước sạch cho bể. Biết rằng 1 gallon gần bằng 3,785 lít, dung tích của bể là 1000 gallon và thời điểm 6 giờ sáng bể chứa 250 gallon nước. Hàm số $f(t)$ biểu thị cho tốc độ thay đổi lượng nước trong bể theo thời gian t giờ, từ thời điểm 6 giờ sáng đến 6 giờ chiều được cho bởi

$$f(t) = \begin{cases} 100t & \text{khi } 0 \leq t \leq 3 \\ 900 - 200t & \text{khi } 3 \leq t \leq 6 \\ 100t - 900 & \text{khi } 6 \leq t \leq 12 \end{cases}$$

với mốc thời gian $t = 0$ tại thời điểm 6 giờ sáng. Hỏi ở thời điểm 6 giờ chiều thì trong bể chứa nhiều gallon nước?



Câu 5: Một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ có kích thước $6 \text{ (m)} \times 4 \text{ (m)}$, được bạn An trang trí bằng cách vẽ hai đồ thị $f(x) = a^x$, $g(x) = \log_a x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $d: y = x$ và chia thành ba phần (tham khảo hình vẽ bên). Phần H_1 được sơn màu xanh da trời, phần H_2 được sơn màu vàng, phần H_3 được sơn màu xanh lá cây. Biết rằng mỗi hộp sơn các màu chỉ sơn được $3 \text{ (m}^2\text{)}$ tường, đồng thời giá của hộp sơn màu xanh da trời là 100.000 đồng/hộp, hộp sơn vàng là 140.000 đồng/hộp, hộp sơn xanh lá cây là 130.000 đồng/hộp. Tính giá tiền bạn Hà mua để sơn bức tường này? (đơn vị là triệu đồng và cửa hàng sơn chỉ bán số nguyên của hộp).



Câu 6: Một hộp chứa 10 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp, xem màu, rồi bỏ ra ngoài. Nếu viên bi An lấy ra có màu xanh, bạn Bình sẽ lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp; còn nếu viên bi An lấy ra có màu đỏ, bạn Bình sẽ lấy ra ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp. Tính xác suất để An lấy được viên bi màu xanh, biết rằng tất cả các viên bi được hai bạn chọn ra đều có đủ cả hai màu.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN TUYENSINH247.COM

I PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

1.A	2.D	3.D	4.D	5.A	6.C
7.A	8.D	9.C	10.A	11.B	12.B

Câu 1 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng: $u_n = u_1 + (n-1)d$

Cách giải:

Ta có: $d = u_2 - u_1 = 4 - (-1) = 5$

Ta có: $u_8 = u_1 + 2d = -1 + 5.5 = 9$

Chọn A.

Câu 2 (TH):

Phương pháp:

Dựa vào tính đồng biến, nghịch biến của đồ thị hàm số

Cách giải:

Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$

Hơn nữa đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$

Do đó $y' < 0, \forall x \neq 1$

Chọn D.

Câu 3 (TH):

Phương pháp:

Mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ có phương trình là

$(Q): ax + by + cz + e = 0$

Cách giải:

Vì $(Q) \parallel (P)$ nên $(Q): x + 2y + z + d = 0$

Mặt khác (Q) đi qua $M(1; 2; -1)$ nên $1 + 2.2 - 1 + d = 0 \Leftrightarrow d = -4$

Vậy $(Q): x + 2y + z - 4 = 0$

Chọn D.

Câu 4 (TH):

Phương pháp:

Độ dài của vector

Cách giải:

Ta có: $\vec{u} = \vec{A'C'} - \vec{A'A} = \vec{AC'}$

Suy ra $|\vec{u}| = |\vec{AC'}| = AC' = \sqrt{AA'^2 + AB^2 + AD^2} = \sqrt{2^2 + 2^2 + 2^2} = 2\sqrt{3}$

Chọn D.

Câu 5 (TH):

Phương pháp:

- Tìm ĐKXĐ
- Đưa về cùng cơ số

Cách giải:

TXĐ: $D = (-3; +\infty)$

Ta có: $\log_{0,5}(2x+6) \geq -5 \Leftrightarrow 2x+6 \leq 32 \Leftrightarrow 2x \leq 26 \Leftrightarrow x \leq 13$

Kết hợp với TXĐ ta được $-3 < x \leq 13$

Mà $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in (-2; -1; 0; 1; \dots; 13)$

Chọn A.

Câu 6 (TH):

Phương pháp:

Tìm $f(x)$

Cách giải:

Ta có: $\int f(x) dx = \cos x + C \Rightarrow f(x) = -\sin x$

Vậy $\int f'(x) dx = f(x) + C' = -\sin x + C'$

Chọn C.

Câu 7 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng khái niệm đường tiệm cận của đồ thị hàm số: Cho hàm số $y = f(x)$:

- Đường thẳng $y = y_0$ là TCN của đồ thị hàm số nếu thỏa mãn một trong các điều kiện sau: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = y_0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = y_0$.

- Đường thẳng $x = x_0$ là TCD của đồ thị hàm số nếu thỏa mãn một trong các điều kiện sau: $\lim_{x \rightarrow x_0^+} y = +\infty$ hoặc

$\lim_{x \rightarrow x_0^+} y = -\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow x_0^-} y = +\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow x_0^-} y = -\infty$.

Cách giải:

Ta thấy $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là 1

Chọn A.

Câu 8 (TH):

Phương pháp:

Thể tích của vật thể

Cách giải:

$$\text{Ta có: } V = \int_0^3 (f(x))^2 dx = 18$$

Chọn D.

Câu 9 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính lãi kép

Cách giải:

Tổng số tiền cả lãi và vốn thu được sau 5 năm là $T = 10000000 \cdot (1 + 7\%)^5 \approx 14,026$ (triệu đồng)

Số tiền lãi sau 5 năm là $14,026 - 10 = 4,026$ (triệu đồng)

Chọn C.

Câu 10 (TH):

Phương pháp:

$$\text{Sử dụng: } \cos(AB, (P)) = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_P|}{|\overrightarrow{AB}| |\vec{n}_P|}$$

Cách giải:

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (3; 2; 4), \vec{n}_{Oxy} = (0; 0; 1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_{Oxy} = 4$$

$$\text{Khi đó } \cos(AB, (Oxy)) = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_{Oxy}|}{|\overrightarrow{AB}| |\vec{n}_{Oxy}|} = \frac{4}{\sqrt{3^2 + 2^2 + 4^2} \cdot 1} = \frac{4}{\sqrt{29}} = \frac{4\sqrt{29}}{29}$$

Chọn A.

Câu 11 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng tỉ lệ thể tích

Cách giải:

Thể tích khối chóp $C.ABB'A'$ là $V_{C.ABB'A'} = \frac{1}{3}d(C, (ABB'A')).S_{ABB'A'} = \frac{1}{3}.6.15 = 30$

Ta có: $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3}{2}V_{C.ABB'A'} = \frac{3}{2}.30 = 45.$

Chọn B.

Câu 12 (TH):

Phương pháp:

Tìm tứ phân vị Q_1, Q_3

Cách giải:

Khoảng điểm	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)	[8,5; 9)	[9; 9,5)	[9,5; 10)	
Tần số	7	10	17	24	13	8	5	$n = 82$
Tần số tích lũy	7	17	34	58	69	77	82	

Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{82}{4} = 20,5$

Do đó nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn 20,5

Xét nhóm 3 là nhóm $[7,5;8)$ có $s = 7,5; n_3 = 17, cf_2 = 17, h = 0,5$

Khi đó $Q_1 = s + \left(\frac{\frac{n}{4} - cf_2}{n_3} \right) . h = 7,5 + \frac{20,5 - 17}{17} . 0,5$

Lại có: $\frac{3n}{4} = \frac{3.82}{4} = 61,5$

Do đó nhóm 5 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn 61,5

Xét nhóm 5 là nhóm $[8,5;9]$ có $t = 8,5; n_5 = 13; cf_4 = 58; l = 0,5$

Khi đó $Q_3 = t + \left(\frac{\frac{3n}{4} - cf_4}{n_5} \right) . l = 8,5 + \left(\frac{61,5 - 58}{13} \right) . 0,5$

Vậy khoảng tứ phân vị $\Delta Q = Q_3 - Q_1 \approx 1$

Chọn B.

II PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu	1	2	3	4
Đáp án	SĐSĐ	ĐĐĐS	SSĐS	ĐSSĐ

Câu 1 (TH):

Cách giải:

a) Sai: Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số đồng biến trên $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$

b) Đúng: Gọi phương trình tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $(d): y = ax + b$ ($a \neq 0$)

Ta thấy (d) đi qua các điểm có tọa độ $(0;1)$, $(-1;0)$ nên $\begin{cases} 1=b \\ -a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$

Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có phương trình là $y = x + 1$

c) Sai: 2 điểm cực trị của hàm số đã cho tọa độ là $A(0;2)$, $B(-2;-2)$

Gọi $I(-1;0)$, $C(-1;2)$, $D(-2;0)$, $E(0;-2)$

Suy ra I là trung điểm của AB

$$\text{Khi đó } \begin{cases} S_{OIA} = \frac{1}{2} S_{OICA} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 1 \\ S_{OIB} = \frac{1}{2} S_{OBD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 1 \end{cases} \Rightarrow S_{OAB} = S_{OIA} + S_{OIB} = 1 + 1 = 2$$

d) Đúng: Từ đồ thị hàm số ta thấy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $(\Delta): x = -1$

Trục đối xứng của đồ thị hàm số đã cho chính là phân giác của góc tạo bởi tiệm cận xiên $(d): x - y + 1 = 0$ và tiệm cận đứng $(\Delta): x + 1 = 0$

Phương trình đường phân giác góc tạo bởi (d) , (Δ) là

$$\frac{x-y+1}{\sqrt{2}} = \pm(x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} x-y+1 = \sqrt{2}(x+1) \\ x-y+1 = -\sqrt{2}(x+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = (1-\sqrt{2})(x+1) \\ y = (1+\sqrt{2})(x+1) = (x+1) \tan \frac{3\pi}{8} \end{cases}$$

Câu 2 (TH) - 0

Cách giải:

a) Đúng: Phương trình chính tắc của đường cấp là $\frac{x-10}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{1}$

b) Đúng: Thay tọa độ điểm M vào phương trình của đường cấp ta thấy thỏa mãn

$$\text{Vậy } M\left(3t+10; -3t+3; \frac{3t}{2}\right)$$

c) Đúng: Gọi $B(x_B; y_B; z_B)$

Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$ nên:

$$\frac{550-10}{2} = \frac{y_B-3}{-2} = \frac{z_B}{1} \Rightarrow \begin{cases} y_B = -537 \\ z_B = 270 \end{cases} \Rightarrow B(550; -537; 270)$$

$$\text{Vậy } AB = \sqrt{(550-10)^2 + (-537-3)^2 + 270^2} = 810 \text{ (m)}$$

d) Sai: Ta có: $\overrightarrow{AB} = k\vec{u}$

Do đó:

$$\begin{aligned} \cos(AB, (Oxy)) &= \cos(\vec{u}, (Oxy)) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{n}_{Oxy}}{|\vec{u}| |\vec{n}_{Oxy}|} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1.1}} = \frac{1}{3} \\ &\Rightarrow (AB, (Oxy)) \approx 70^\circ \end{aligned}$$

Câu 3 (VD):

Cách giải:

a) Sai: Vận tốc của đoàn tàu là $v = \int a dt = \int 0,005t dt = 2,5 \cdot 10^{-3} t^2 + C$

Vì ban đầu tàu đứng yên nên $C = 0$

$$\text{Vậy } v = 2,5 \cdot 10^{-3} t^2$$

b) Đúng: Quãng đường đoàn tàu đi được là

$$s = \int v dt = \int 2,5 \cdot 10^{-3} t^2 dt = \frac{2,5 \cdot 10^{-3}}{3} t^3$$

$$\text{Chiều dài của đoàn tàu là } l = \frac{2,5 \cdot 10^{-3}}{3} \cdot 60^3 = 180 \text{ (m)}$$

c) Đúng: Sau 80 giây vận tốc của đoàn tàu là

$$v = 2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 80^2 = 16 \text{ (m/s)} = 57,6 \text{ (km/h)}$$

d) Sai: Khi bắt đầu chuyển động đều, vận tốc của đoàn tàu là $v = 16 \text{ (m/s)}$

Tổng quãng đường đoàn tàu đi để vượt qua cây cầu là

$$S_t = 180 + 480 = 660 \text{ (m)}$$

$$\text{Vậy thời gian đoàn tàu qua cầu là } t = \frac{660}{16} = 41,25 \text{ (giây)}$$

Câu 4 (VD):

Cách giải:

Gọi T là biến cố “công ty X thuê công ty A ”

Khi đó $\bar{T}$ là biến cố “công ty Y thuê công ty B ”

Gọi C là biến cố “công ty X phát sinh thêm chi phí”

a) Đúng: Vì C phụ thuộc vào hệ đầy đủ $\{T, \bar{T}\}$ nên

$$P(C) = P(T).P(C|T) + P(\bar{T}).P(C|\bar{T}) \\ = 0,4.0,05 + 0,6.0,03 = 0,038$$

b) Sai: Ta có

$$P(T|C).P(C) = P(C|T).P(T) \\ \Rightarrow P(T|C) = \frac{P(C|T).P(T)}{P(C)} \\ = \frac{0,05.0,4}{0,038} = 0,5263$$

c) Sai: Ta có

$$P(\bar{T}|C) = 1 - P(T|C) = 1 - 0,5263 = 0,4737$$

d) Đúng: Ta có: $P(C) = 0,038 \Rightarrow P(\bar{C}) = 0,962$

$$P(T|\bar{C}).P(\bar{C}) = P(\bar{C}|T).P(T) \\ \Rightarrow P(T|\bar{C}) = \frac{P(\bar{C}|T).P(T)}{P(\bar{C})} \\ = \frac{(1-0,05).0,4}{0,962} = 0,395.$$

III PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	3	20	7,2	700	1,15	0,55

Câu 1 (TH):

Cách giải:

Từ giả thiết ta suy ra $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$

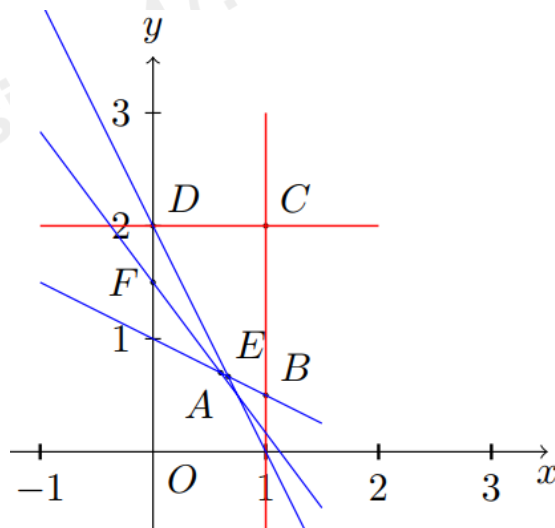
Chi phí để mua thức ăn là $f(x; y) = 200000x + 100000y$

Lượng protein cung cấp là $g(x; y) = 800x + 600y$

Lượng lipid cung cấp là $h(x; y) = 200x + 400y$

Theo giả thiết
$$\begin{cases} 800x + 600y \geq 900 \\ 200x + 400y \geq 400 \\ 200000x + 100000y \leq 200000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \\ 2x + y \leq 2 \end{cases}$$

Ta có hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 2 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \\ 2x + y \leq 2 \end{cases}$$



Xét tại biên

$$A\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right), f\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right) = 200000$$

$$B(1; 0,5), f(1; 0,5) = 250000$$

$$C(1; 2), f(1; 2) = 400000$$

$$D(0; 2), f(0; 2) = 200000$$

$$E(0,6; 0,7), f(0,6; 0,7) = 190000$$

$$F\left(0; \frac{3}{2}\right), f\left(0; \frac{3}{2}\right) = 150000$$

Vậy chi phí thấp nhất là 150000 đồng với $x = 0, y = \frac{3}{2} \Rightarrow x + 2y = 3$

Câu 2 (TH):

Cách giải:

Gọi I là trung điểm của AB

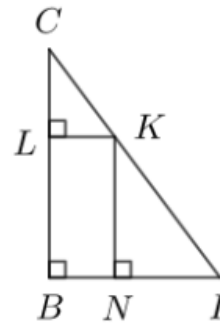
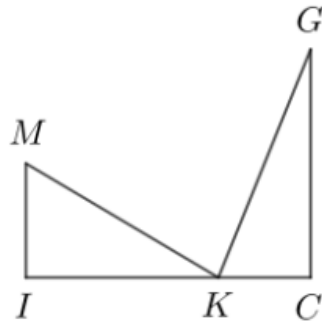
Khi đó $IC = (MICG) \cap (ABCD)$

Giả sử con cá bơi tới điểm $K \in HC$

Khi đó quãng đường con cá bơi là $GK + KM$

Ta có: $IC = \sqrt{IB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 8^2} = \sqrt{73}(m)$

Đặt $KC = x (x > 0)$



Khi đó $GK + KM = \sqrt{x^2 + 10^2} + \sqrt{5^2 + (\sqrt{73} - x)^2}$

Ta đi tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x) = \sqrt{x^2 + 10^2} + \sqrt{5^2 + (\sqrt{73} - x)^2}$

Theo BĐT Minkowski ta có $\sqrt{x^2 + 10^2} + \sqrt{(\sqrt{73} - x)^2 + 5^2} \geq \sqrt{(x + \sqrt{73} - x)^2 + (10 + 5)^2} = \sqrt{298}$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\frac{x}{\sqrt{73} - x} = \frac{10}{5} \Leftrightarrow x = 5,696$

Khi đường đi ngắn nhất thì $KC = 5,696$

Kẻ $KL \perp BC, KN \perp BI (L \in BC, N \in BI)$

Ta có: $\frac{KL}{BI} = \frac{KC}{CI} \Rightarrow \frac{KL}{3} = \frac{5,696}{\sqrt{73}} \Rightarrow KL \approx 2(m)$

$\frac{KN}{BC} = \frac{KI}{IC} \Rightarrow KN = \frac{KI \cdot BC}{IC} = \frac{(\sqrt{73} - 5,696) \cdot 8}{\sqrt{73}} \approx 2,67(m)$

Vậy $D = 3a + 6b = 3 \cdot 2,67 + 6 \cdot 2 = 20(m)$

Câu 3 (VD):

Cách giải:

Vì đồ thị đi qua $(1;0), (8;0)$ nên $y = \frac{a(x-1)(x-8)}{b(x-c)}$

Đặt $\frac{a}{b} = d \Rightarrow y = \frac{(x-1)(x-8)}{d(x-c)}$

Vì đồ thị đi qua $(6;5)$ nên $5 = \frac{(6-1)(6-8)}{d(6-c)} \Rightarrow d(6-c) = -2 (1)$

$$\text{Lại có: } y = \frac{(x-1)(x-8)}{d(x-c)} = \frac{x^2 - 9x + 8}{d(x-c)}$$

$$\text{Suy ra } y' = \frac{(2x-9)(x-c) - (x^2 - 9x + 8)}{d(x-c)^2}$$

$$\text{Vì } (6; 5) \text{ là điểm cực đại của đồ thị hàm số nên } y'(6) = 0 \text{ hay } (2 \cdot 6 - 9)(6 - c) - (6^2 - 9 \cdot 6 + 8) = 0 \Rightarrow c = \frac{28}{3}$$

$$\text{Từ (1) suy ra } d = \frac{3}{5}$$

$$\text{Khi đó } y = \frac{(x-1)(x-8)}{\frac{3}{5}\left(x - \frac{28}{3}\right)}$$

$$\text{Ta có: } 3,875 = \frac{(x-1)(x-8)}{\frac{3}{5}\left(x - \frac{28}{3}\right)} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4,125 (L) \\ x = 7,2 (TM) \end{cases}$$

Câu 4 (VD):

Cách giải:

Ở thời điểm 6 giờ chiều thì trong bể chứa số gallon nước là

$$V = 250 + \int_0^3 100t dt + \int_3^6 (900 - 2t) dt + \int_6^{12} (100t - 900) dt = 700$$

Câu 5 (VD):

Cách giải:

Từ hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số $g(x) = \log_b x$ đi qua $(3; 2)$ nên

$$2 = \log_b 3 \Rightarrow b^2 = 3 \Rightarrow b = \sqrt{3} \text{ (do } b > 0)$$

$$\text{Khi đó } g(x) = \log_{\sqrt{3}} x$$

Mặt khác đồ thị hàm số $f(x)$ và $g(x)$ đối xứng nhau qua $y = x$ nên $f(x) = (\sqrt{3})^x$

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = 2$ là nghiệm của phương trình

$$f(x) = 2 \Leftrightarrow (\sqrt{3})^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_{\sqrt{3}} 2$$

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = g(x)$ và $y = -2$ là nghiệm của phương trình

$$g(x) = -2 \Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}} x = -2 \Leftrightarrow x = (\sqrt{3})^{-2} = \frac{1}{3}$$

Diện tích phần H_1 là $S_1 = \int_{-3}^{\log_{\sqrt{3}} 2} 2 - (\sqrt{3})^x dx \approx 5,23(m^2)$

Như vậy ta cần dùng 2 hộp sơn màu xanh da trời

Diện tích phần H_3 là $S_3 = \int_{\frac{1}{3}}^3 (\log_{\sqrt{3}} x + 2) dx \approx 7,15(m^2)$

Như vậy ta cần dùng 3 hộp sơn xanh lá cây

Diện tích phần $S_2 = 24 - \int_{-3}^{\log_{\sqrt{3}} 2} 2 - (\sqrt{3})^x dx - \int_{\frac{1}{3}}^3 (\log_{\sqrt{3}} x + 2) dx \approx 11,62(m^2)$

Như vậy ta cần dùng 4 hộp sơn vàng

Vậy tổng số tiền là $100000.2 + 140000.4 + 130000.3 = 1150000$ (đồng)

Câu 6 (VDC) - 0

Cách giải:

Gọi A là biến cố “An lấy được viên bi màu xanh”

Khi đó $\bar{A}$ là biến cố “An lấy được viên bi màu đỏ”

Gọi B là biến cố “tất cả các viên bi được hai bạn chọn ra đều có đủ hai màu”

Trường hợp 1: An lấy được viên bi xanh

Khi đó hộp còn 9 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ

Để có đủ 2 màu thì có các trường hợp là:

- Bình lấy 2 viên bi đỏ
- Bình lấy 1 viên bi đỏ và 1 bi xanh

Xác suất để tất cả viên bi hai bạn lấy ra có đủ 2 màu là

$$P(B|A) = \frac{C_5^2 + C_9^1 \cdot C_5^1}{C_{14}^2} = \frac{55}{91}$$

Trường hợp 2: An lấy được viên bi đỏ

Khi đó hộp còn 10 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ

Để có đủ 2 màu thì có các trường hợp là:

- Bình lấy 3 viên bi xanh
- Bình lấy 2 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ
- Bình lấy 1 viên bi xanh và 2 viên bi đỏ

Xác suất để tất cả viên bi hai bạn lấy ra có đủ 2 màu là

$$P(B|\bar{A}) = \frac{C_{10}^3 + C_{10}^2 \cdot C_4^1 + C_{10}^1 \cdot C_4^2}{C_{14}^3} = \frac{90}{91}$$

Ta có:

$$P(B) = P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) + P(A) \cdot P(B|A)$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{90}{91} + \frac{2}{3} \cdot \frac{55}{91} = \frac{200}{273}$$

$$\text{Lại có: } P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{55}{91} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{200}{273}} = \frac{9}{14} = 0,55$$